

## ЛЕКЦИЯ 21

**Тема 2.2. Растяжение и сжатие.  
Продольные и поперечные деформации.  
Закон Гука**

*Иметь представление о продольных и поперечных деформациях и их связи.*

*Знать закон Гука, зависимости и формулы для расчета напряжений и перемещений.*

*Уметь проводить расчеты на прочность и жесткость статически определимых брусьев при растяжении и сжатии.*

**Деформации при растяжении и сжатии**

Рассмотрим деформацию бруса под действием продольной силы  $F$  (рис. 21.1).

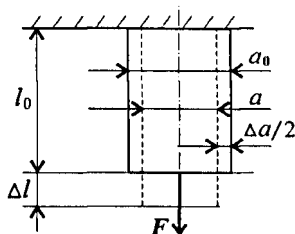


Рис. 21.1

Начальные размеры бруса:  $l_0$  — начальная длина,  $a_0$  — начальная ширина.

Брус удлиняется на величину  $\Delta l$ ;  $\Delta l$  — абсолютное удлинение. При растяжении поперечные размеры уменьшаются,  $\Delta a$  — абсолютное сужение;  $\Delta l > 0$ ;  $\Delta a < 0$ .

При сжатии выполняется соотношение  $\Delta l < 0$ ;  $\Delta a > 0$ .

В сопротивлении материалов принято рассчитывать деформации в относительных единицах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \varepsilon \text{ — относительное удлинение;}$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a_0}; \varepsilon' \text{ — относительное сужение.}$$

Между продольной и поперечной деформациями существует зависимость

$$\varepsilon' = \mu \varepsilon,$$

где  $\mu$  — коэффициент поперечной деформации, или коэффициент Пуассона, — характеристика пластичности материала.

### Закон Гука

В пределах упругих деформаций деформации прямо пропорциональны нагрузке:

$$F = k\Delta l,$$

где  $F$  — действующая нагрузка;  $k$  — коэффициент.

В современной форме:

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Получим зависимость  $\sigma = E\varepsilon$ , где  $E$  — модуль упругости, характеризует жесткость материала.

*В пределах упругости нормальные напряжения пропорциональны относительному удлинению.*

Значение  $E$  для сталей в пределах  $(2 \div 2,1) \cdot 10^5$  МПа.

При прочих равных условиях, чем жестче материал, тем меньше он деформируется:

$$\downarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E \uparrow}.$$

### Формулы для расчета перемещений поперечных сечений бруса при растяжении и сжатии

Используем известные формулы.

Закон Гука  $\sigma = E\varepsilon$ .

Откуда  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ .

Относительное удлинение  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ .

В результате получим зависимость между нагрузкой, размерами бруса и возникающей деформацией:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}; \quad \sigma = \frac{N}{A};$$

$$\Delta l = \frac{\sigma l}{E} \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{Nl}{AE},$$

где  $\Delta l$  — абсолютное удлинение, мм;

$\sigma$  — нормальное напряжение, МПа;

$l$  — начальная длина, мм;  
 $E$  — модуль упругости материала, МПа;  
 $N$  — продольная сила, Н;  
 $A$  — площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>;  
 Произведение  $AE$  называют *жесткостью сечения*.

### Выводы

1. Абсолютное удлинение бруса прямо пропорционально величине продольной силы в сечении, длине бруса и обратно пропорционально площади поперечного сечения и модулю упругости.

2. Связь между продольной и поперечной деформациями зависит от свойств материала, связь определяется *коэффициентом Пуассона*, называемом *коэффициентом поперечной деформации*.

Коэффициент Пуассона: у стали  $\mu$  от 0,25 до 0,3; у пробки  $\mu = 0$ ; у резины  $\mu = 0,5$ .

3. Поперечные деформации меньше продольных и редко влияют на работоспособность детали; при необходимости поперечная деформация рассчитывается через продольную.

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\Delta a}{a_0}; \quad \text{откуда } \Delta a = \varepsilon' a_0,$$

где  $\Delta a$  — поперечное сужение, мм;  $a_0$  — начальный поперечный размер, мм.

4. Закон Гука выполняется в зоне упругих деформаций, которая определяется при испытаниях на растяжение по диаграмме растяжения (рис. 21.2).

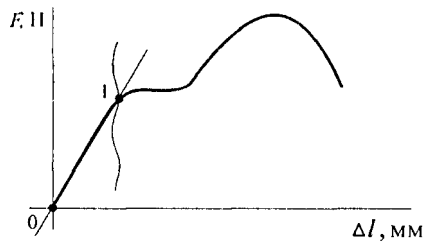


Рис. 21.2

При работе пластические деформации не должны возникать, упругие деформации малы по сравнению с геометрическими размерами тела. Основные расчеты в сопротивлении материалов проводятся в зоне упругих деформаций, где действует закон Гука.

На диаграмме (рис. 21.2) закон Гука действует от точки 0 до точки 1.

5. Определение деформации бруса под нагрузкой и сравнение ее с допустимой (не нарушающей работоспособности бруса) называют *расчетом на жесткость*.

### Примеры решения задач

Дана схема нагружения и размеры бруса до деформации (рис. 21.3). Брус зашцеplен, определить перемещение свободного конца.

#### Решение

1. Брус ступенчатый, поэтому следует построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

Делим брус на участки нагружения, определяем продольные силы, строим эпюру продольных сил.

2. Определяем величины нормальных напряжений по сечениям с учетом изменений площади поперечного сечения.

Строим эпюру нормальных напряжений.

3. На каждом участке определяем абсолютное удлинение. Результаты алгебраически суммируем.

**П р и м е ч а н и е.** Балка зашцеplена, в заделке возникает *неизвестная реакция* в опоре, поэтому расчет начинаем со *свободного конца* (справа).

1. Два участка нагружения:  
участок 1:  $N_1 = +25 \text{ кН}$ ; растянут;

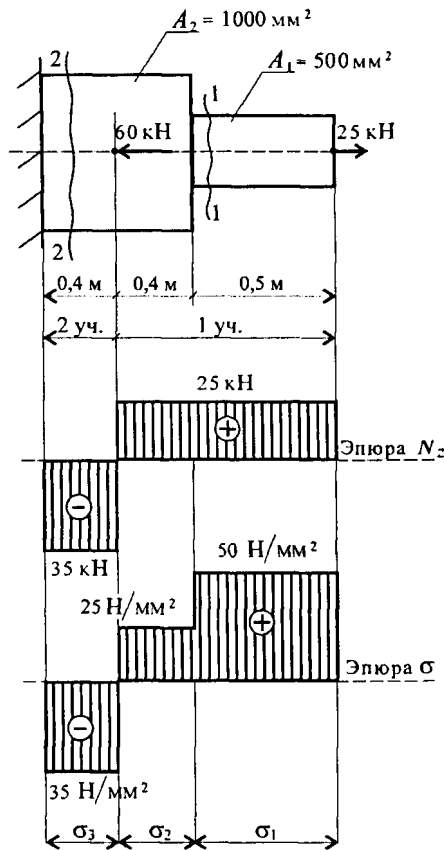


Рис. 21.3

участок 2:  $25 - 60 + N_2 = 0$ ;  $N_2 = -35$  кН; сжат.

2. Три участка по напряжениям:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}; \quad \sigma_1 = \frac{25 \cdot 10^3}{500} = 50 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{A_2}; \quad \sigma_2 = \frac{25 \cdot 10^3}{1000} = 25 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A_2}; \quad \sigma_3 = \frac{-35 \cdot 10^3}{1000} = -35 \text{ Н/мм}^2.$$

3. Удлинения участков (материал — сталь  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа):

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 l_1}{E}; \quad \Delta l_1 = \frac{50 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0,125 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 l_2}{E}; \quad \Delta l_2 = \frac{25 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0,05 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 l_3}{E}; \quad \Delta l_3 = \frac{-35 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0,07 \text{ мм}.$$

4. Суммарное удлинение бруса (перемещение свободного конца).

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3; \quad \Delta l = 0,125 + 0,05 - 0,07 = 0,105 \text{ мм}.$$

### Контрольные вопросы и задания

1. Стальной стержень длиной 1,5 м вытянулся под нагрузкой на 3 мм. Чему равно относительное удлинение? Чему равно относительное сужение? ( $\mu = 0,25$ .)

2. Что характеризует коэффициент поперечной деформации?

3. Сформулируйте закон Гука в современной форме при растяжении и сжатии.

4. Что характеризует модуль упругости материала? Какова единица измерения модуля упругости?

5. Запишите формулы для определения удлинения бруса. Что характеризует произведение  $AE$  и как оно называется?

6. Как определяют абсолютное удлинение ступенчатого бруса, нагруженного несколькими силами?

7. Ответьте на вопросы тестового задания.

## Тема 2.2. Растяжение и сжатие

В о п р о с ы	О т в е т ы	К о д
1. Выбрать соответствующую эпюру продольных сил в поперечных сечениях бруса. 	А	1
	Б	2
	В	3
	Г	4
2. Для бруса, изображенного на схеме к вопросу 1, рассчитать наибольшую продольную силу, возникшую в поперечном сечении.	70 кН	1
	130 кН	2
	110 кН	3
	200 кН	4
3. Определить нормальное напряжение в точке В (схема к вопросу 1).	110 МПа	1
	220 МПа	2
	80 МПа	3
	140 МПа	4
4. Проверить прочность изображенного в вопросе 1 бруса, если допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа?	$\sigma = [\sigma]$	1
	$\sigma > [\sigma]$	2
	$\sigma < [\sigma]$	3
	Верный ответ не приведен	4
5. Определить перемещение свободного конца бруса, если известны длины участков бруса: $l_1 = 0,4$ м; $l_2 = 0,6$ м; $l_3 = 0,4$ м; $l_4 = 0,2$ м (схема к вопросу 1).	0,42 мм	1
	0,22 мм	2
	0,62 мм	3
	0,66 мм	4