09.06.2020

Элем.высш.матем.

***Данная работа рассчитана на 4 часа, то есть на 2 пары. (эта пара и следующая)***

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА**

**Тема: Гипербола. Парабола.**

**Цель:** закрепить умения составлять уравнения гиперболы и параболы.

**Обеспечение выполнения работы:**

***Учебное оборудование:***

* 1. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Математика».

***Информационные источники:***

* 1. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред.проф. образования. – 6-е. изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 320 с.
	2. Григорьев В.П., Сабурова Т.Н. Сборник задач по высшей математике: учеб.пособие для студ. учреждений сред. проф. Образования. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 160 с.

**Критерии оценки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Критерии оценки** |
| отлично | работа выполнена полностью, в решении нет математических ошибок (возможна одна неточ­ность, описка, не являющаяся следствием незнания или непо­нимания учебного материала), получены правильные ответы на контрольные вопросы |
| хорошо | работа выполнена полностью, допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, получены правильные ответы на контрольные вопросы |
| удовлетворительно | Уравнение составлено правильно по условию задачи, но не решено |
| неудовлетворительно | не решены задачи |

**Инструкция по выполнению работы:**

1. Запишите в тетрадь тему и цель занятия, теоретические сведения, включающие также примеры решения задач.
2. Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

**Вариант 1: Репин, Седлов, Смышляев, Югов.**

**Вариант 2: Бусоргин, Вихарев, , Ржавитин**

**Вариант 3: Еноктаев, Опарин, Черанев, Дудырев**

**Вариант 4: Макаров, Симахина, Шулепова**

**Вариант 5: Филипповых, Шамов. Никулин**

**Вариант 6: Вахонин, Домнин, Житлухин**

**Теоретический материал:**

***Гипербола*** Гиперболой называется множество точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая, чем расстояние между фокусами.

Уравнение гиперболы с центром в начале координат и с фокусами в точках  и  имеет вид:

                               (9)

где  - действительная полуось,

        - мнимая полуось (рис.3).

 Коэффициенты  и  гиперболы связаны соотношением  .

Эксцентриситетом гиперболы называется отношение фокусного расстояния к ее действительной оси:

$e=\frac{c}{a}=\sqrt{a^{2}+b^{2}}/a>1$.

Гипербола имеет две асимптоты, уравнение которых

          (10)



 Рис. 3

Если действительная и мнимая оси гиперболы равны (т.е. $a=b)$, то гипербола называется равносторонней. Уравнение равносторонней гиперболы записывается в виде

$x^{2}-y^{2}=a^{2}$, (11)

А уравнение ее асимптот $y=\pm x$.

Если фокусы гиперболы лежат на оси $Oy$ (рис.4), то ее уравнение имеет вид

 $\frac{y^{2}}{a^{2}}-\frac{x^{2}}{b^{2}}=1$, или $\frac{x^{2}}{b^{2}}-\frac{y^{2}}{a^{2}}=-1$ , (12)

а уравнение асимптот такой гиперболы

$y=\pm \left(\frac{a}{b}\right)x$.

Уравнение равносторонней гиперболы с фокусами на оси $Oy$ имеет вид

$$y^{2}-x^{2}=a^{2}$$



 Рис.4

Если центр гиперболы находится в точке , то уравнение имеет вид:

                                                             (13)

**Парабола**

Параболой называется множество точек плоскости, равноудаленных от точки, называемой фокусом и прямой, называемой директрисой.

Уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось $Ox $ и ветви направлены вправо (рис.5) имеет вид:

                                (14)          ,

где  - расстояние между фокусом параболы и прямой линией, называемой директрисой. Фокус параболы имеет координаты . Уравнение директрисы $x=-\frac{p}{2}$



 Рис. 5

Уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось  $Ox$ и ветви направлены влево (рис.6а), имеет вид

$y^{2}=-2px \left(p>0\right)$ (15).

Уравнение ее директрисы $x=\frac{p}{2}$



 а) б) в)

 Рис.6

Уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось $Oy$ и ветви направлены вверх (рис.6б), имеет вид

 $x^{2}=2py (p>0)$ (16)

Уравнение ее директрисы $y=-p/2$.

Уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось $Oy$ и ветви направлены вниз (рис.6в), имеет вид

$x^{2}=-2py \left(p>0\right)$ (17)

Уравнение ее директрисы $y=p/2$.

Если вершина параболы находится в точке , то уравнение имеет вид:

                                                      (18)

**Задача 1.**  Составить уравнение геометрического места точек, равноотстоящего от оси *Оу* и точки .

**Решение:**  Возьмем на искомой линии произвольную точку . Расстояние точки *М* от точки *F* определится по формуле расстояния между двумя точками:



Расстояние точки *М* до оси *Оу* определится:



Так как по условию , то искомая кривая имеет уравнение:

        



Линия, определяемая полученным уравнением, является параболой.



**Задача 2.** Составить уравнение гиперболы, если ее вершины находятся в точках

$A\_{1}$(—3; 0) и $A\_{2}$(3; 0), фокусы—в точках F1(-5; 0) и F2(5;0).

Решение. Из условия следует, что $a=3 $и$ c=5$. По формуле $b^{2}=c^{2}-a^{2}$ находим $b^{2}=5^{2}-3^{2}=16. $ Подставив значения $a^{2}$и $b^{2} $в уравнение $\frac{y^{2}}{a^{2}}-\frac{x^{2}}{b^{2}}=1, $получим

 $\frac{x^{2}}{9}-\frac{y^{2}}{16}=1.$

Ответ: $\frac{x^{2}}{9}-\frac{y^{2}}{16}=1$

**Задача 3**. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^{2}}{81}-\frac{y^{2}}{144}=1$. Найти коорди­наты ее вершин и фокусов.

Решение. Из уравнения гиперболы имеем $a^{2}=81, a=\pm 9. $По формуле $b^{2}=c^{2}-a^{2} $находим с2 = 81 +144=225, с = ±15. Следовательно, вершинами гиперболы служат точки (-9; 0) и (9; 0), а фокусами — точки (-15; 0) и (15; 0).

Ответ*:* вершинами гиперболы служат точки (-9; 0) и (9; 0), а фокусами — точки (-15; 0) и (15; 0).

**Задача 4**. Дано уравнение гиперболы$ \frac{x^{2}}{25}-\frac{y^{2}}{11}=1$. Найти ее эксцентриситет.

Решение. Из уравнения гиперболы имеем$a^{2}=25, b^{2}=11$. Эксцентриситет вычисляется по формуле $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}{a}$: $e=\frac{\sqrt{25+11}}{5}=\frac{6}{5}.$

Ответ: $e=\frac{\sqrt{25+11}}{5}=\frac{6}{5}$

**Задача 5.** Дано уравнение гиперболы $\frac{x^{2}}{144}-\frac{y^{2}}{256}=1$. Составить уравнения ее асимптот.

Решение. Из уравнения гиперболы найдем$ a=12, b=16$. Подставив значения а и b в равенства $y=\pm \left(\frac{b}{a}\right)x, $получим $y=\pm \left(\frac{16}{12}\right)x,$ или $y=\pm \left(\frac{4}{3}\right)x.$

Ответ: $y=\pm \left(\frac{4}{3}\right)x$

**Задача 6**. Составить уравнение параболы с вершиной в начале коорди­нат, если ее фокус находится в точке F{3; 0).

Решение. Фокус параболы лежит на положительной полуоси Ох, следова­тельно, уравнение параболы имеет вид $y^{2}=2px$. Так как координаты фокуса (р/2; 0), то p/2=3, откуда р = 6. Подставив значение р в уравнение $y^{2}=2px$, получим $y^{2}=12x$.

Ответ: $y^{2}=12x$

Задача 7. Составить уравнение параболы с вершиной в начале коорди­нат, если ее директрисой служит прямая x = - 4.

Решение. Расстояние директрисы от начала координат равно р/2, следова­тельно, p/2=4, т. е. р=8. Уравнение этой параболы имеет вид $y^{2}=2px$, так как абсцисса директрисы отрицательна. Подставив в уравнение $y^{2}=2px$ значение параметра р, получим у2 = 16х.

Ответ: у2 = 16х

**Задача 8.** Составить уравнение параболы с вершиной в начале коорди­нат, симметричной относительно оси Оуи проходящей через точку А (4;2**).**

Решение. Искомая парабола симметрична относительно оси Оу и проходит через точку А(4; 2), следовательно, ее уравнение имеет вид $x^{2}=2py$. Подставив в это уравнение координаты точки А, найдем р=4. После подстановки в уравнение $x^{2}=2py$ значения р получим х2 = 8у.

Ответ: х2 = 8у

**Задача 9.** Найти координаты фокуса параболы с вершиной в начале координат, если уравнение директрисы х = - 3.

Решение. Расстояние от начала координат до директрисы равно расстоянию от начала координат до фокуса и равно p/2. Из уравнения директрисы х = -3 следует, что p/2=3. Уравнению директрисы x = - p/2 соответствует пара­бола у2=2рх, фокус которой F(3; 0).

Ответ: F(3; 0).

**Задача 10.** Составить уравнение параболы, имеющей вершину А (1; 2) и проходящей через точку А(4; 8), если ось симметрии параболы параллельна оси Ох.

Решение. Согласно условию, уравнение искомой параболы имеет вид $\left(y-b\right)^{2}=2p\left(x-a\right)$, так как точка М(4; 8) расположена правее вершины параболы и, значит, ветви параболы направлены вправо. Для вычисления параметра р подставим в уравнение $\left(y-b\right)^{2}=2p\left(x-a\right) $координаты вершины А и точки М: (8-2)2=2р(4-1), откуда р=6. Подставив теперь в уравнение $\left(y-b\right)^{2}=2p\left(x-a\right) $найденное значение р=6 и координаты вершины А, получим искомое уравнение (у-2)2= 12(x-1).

Ответ: $\left(y-b\right)^{2}=2p\left(x-a\right)$

**Задача.11**. Дана парабола$y^{2}-4y-20x+24=0$. Составить уравнение ее директрисы.

Решение. Директриса параболы проходит на расстоянии р/2 от ее вершины перпендикулярно оси параболы. Из уравнения параболы найдем р:

**у2—4у=20х—24; у2-2۰2у+4 = 20х-24+4; (у-**2)2 = 20(х-1),

откуда $a=1, b=2, $A(1;2); 2р=20, р/2=5.

Ось симметрии параболы параллельна оси Ох, а ветви параболы направлены вправо, следовательно, директриса проходит левее вершины. Она также проходит и левее начала координат, так как расстояние от вершины до оси Оу равно 1, а от вершины до директрисы равно 5. Абсцисса директрисы равна разности p/2—1=5—1=4, взятой со знаком минус; поэтому уравнение директрисы х = - 4.

**Ответ:** х = - 4.

**Задания для самостоятельной работы**

* + 1. Дано уравнение гиперболы. Найти длину полуосей, координаты фокусов и вершин, уравнения асимптот, острый угол между асимптотами. Построить гиперболу по данному уравнению и ей сопряженную

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** |
| $$9x^{2}-16y^{2}-144=0$$ | $$25x^{2}-36y^{2}-900=0$$ | $$12x^{2}-36y^{2}-432=0$$ |
| **Вариант 4** | **Вариант 5** | **Вариант 6** |
| $$11x^{2}-25y^{2}-275=0$$ | $$4x^{2}-9y^{2}=36$$ | $$25x^{2}-16y^{2}-400=0$$ |

1. Дано уравнение параболы. Найти ось симметрии, координаты фокуса и директрису. Построить параболу.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** |
| $$x^{2}-8x+8y-17=0$$ | $$y^{2}+6y-5x+13=0$$ | $$y^{2}-2y-4x+8=0$$ |
| **Вариант 4** | **Вариант 5** | **Вариант 6** |
| $$x^{2}+x+4y-8=0$$ | $$y^{2}+2y+10x+21=0$$ | $$3x^{2}-18x-12y-33=0$$ |

3 Найти точки пересечения гиперболы $9х^{2} -16у^{2} =144 $ с прямой, заданной уравнением, приведенным в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** |
| *х-у +1= 0* | *9х-4у-36=0* | *5х-4у-16=0* |
| **Вариант 4** | **Вариант 5** | **Вариант 6** |
| *3х-4у-2=0* | *х-2у+1=0* | *х-у-4=0* |

4. Составить уравнение параболы, если известно, что

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Вершина параболы** | **Координаты точки, через которую проходит порабола** | **Ось симметрии параболы** | **Директриса** | **Фокус имеет координаты точки** |
| **1** | (0; -7) | М(6; -1) | Параллельна оси Ох |  |  |
| **2** | (0; -4) |  |  |  | пересечения прямых х+4у=0 и х-2у=6 |
| **3** | (3;4) | М(64 -1) | Параллельна оси Оу |  |  |
| **4** |  |  |  | у = 4 | (0; 0) |
| **5** | Пересечение прямой у=х и параболы $у =-х ^{2}$ |  |  |  | (-1; -2) |
| **6** | (1; 1) | М(2; 0) | Параллельна оси Оу |  |  |