05.06.2020 (2 пары)

Элем.высш.матем.

**Задание: Выполнить практическую работу по вариантам (используя теоретический материал).**

**Вариант 1: Дудырев, Еноктаев, Макаров, Опарин, Репин, Седлов, Симахина, Смышляев, Черанев, Шулепова, Югов.**

**Вариант 2: Бусоргин, Вахонин, Вихарев, Домнин, Житлухин, Никулин, Ржавитин, Филипповых, Шамов.**

**Практическая работа по теме: «Окружность. Эллипс»**

**Цель работы:**

* сформировать у студентов представление о кривых второго порядка;
* научиться использовать свойства окружности и эллипса при решении различных задач;
* повышать математическую культуру студентов.

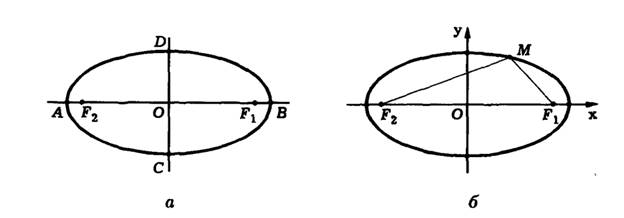
**Основной теоретический материал**.

Кривые второго порядка: эллипс, окружность, парабола, гипербола.

Кривыми второго порядка на плоскости называются линии пересечения кругового конуса с плоскостями, не проходящими через его вершину.

Если такая плоскость пересекает все образующие одной полости конуса, то в сечении получается эллипс, при пересечении образующих обеих полостей – гипербола, а если секущая плоскость параллельна какой-либо образующей, то сечением конуса является парабола. *Кривая второго порядка* на плоскости в прямоугольной системе координат описывается уравнением: http://www.bestreferat.ru/images/paper/52/16/8801652.gif

Эллипс.

Множество всех точек на плоскости, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек F1 и F2 есть заданная постоянная величина, называется *эллипсом*.

*Каноническое уравнение эллипса.*

Для любого эллипса можно найти декартову систему координат такую, что эллипс будет описываться уравнением (каноническое уравнение эллипса):http://www.bestreferat.ru/images/paper/54/16/8801654.gif,где http://www.bestreferat.ru/images/paper/55/16/8801655.gif Оно описывает эллипс с центром в начале координат, оси которого совпадают с осями координат. Число **a** называют *большой полуосью эллипса* , а число **b** – *его малой полуосью* .

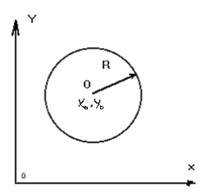
*Свойства эллипса:*

* Фокальное свойство. Если *F* 1 и *F* 2 — фокусы эллипса, то для любой точки X, принадлежащей эллипсу, угол между касательной в этой точке и прямой (*F* 1 *X* ) равен углу между этой касательной и прямой (*F* 2*X* ) .
* Прямая, проведённая через середины отрезков, отсечённых двумя параллельными прямыми, пересекающими эллипс, всегда будет проходить через центр эллипса. Это позволяет построением с помощью циркуля и линейки легко получить центр эллипса, а в дальнейшем оси, вершины и фокусы.
* Эволютой эллипса является астроида.
* Эксцентриситетом эллипса называется отношение http://www.bestreferat.ru/images/paper/56/16/8801656.gif. Эксцентриситет характеризует вытянутость эллипса. Чем эксцентриситет ближе к нулю, тем эллипс больше напоминает окружность и наоборот, чем эксцентриситет ближе к единице, тем он более вытянут.

Эллипс также можно описать как

* фигуру, которую можно получить из окружности, применяя аффинное преобразование
* ортогональную проекцию окружность на плоскость.
* Пересечение плоскости и кругового цилиндра.

Окружность.

Окружность — геометрическое место точек плоскости, равноудалённых от заданной точки, называемой её центром, на заданное ненулевое расстояние, называемое её радиусом.

*Каноническое уравнение окружности.*

Общее уравнение окружности записывается как:

http://www.bestreferat.ru/images/paper/58/16/8801658.gif http://www.bestreferat.ru/images/paper/59/16/8801659.gif

Точка http://www.bestreferat.ru/images/paper/60/16/8801660.gif — центр окружности, *R* — её радиус. Уравнение окружности радиуса *R* с центром в начале координат: http://www.bestreferat.ru/images/paper/61/16/8801661.gif

*Свойства окружности:*

* Прямая может не иметь с окружностью общих точек; иметь с окружностью одну общую точку (касательная); иметь с ней две общие точки (секущая).
* Касательная к окружности всегда перпендикулярна её диаметру, один из концов которого является точкой касания.
* Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность, и притом только одну.
* Точка касания двух окружностей лежит на линии, соединяющей их центры.
* Длину окружности с радиусом *R* можно вычислить по формуле *C* = 2π*R* .
* Вписанный угол либо равен половине центрального угла, опирающегося на его дугу, либо дополняет половину этого угла до 180°.
  + Два вписанных угла, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
  + Вписанный угол, опирающийся на дугу длиной в половину окружности равен 90°.
* Угол между двумя секущими, проведенными из точки, лежащей вне окружности равен полуразности мер дуг, лежащих между секущими.
* Угол между пересекающ-ся хордами равен полусумме мер дуги лежащей в угле и дуги напротив нее.
* Угол между касательной и хордой равен половине дуги, стягиваемой хордой.
* Отрезки касательных к окружности, проведённых из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.
* При пересечении двух хорд произведение отрезков, на которые делится одна из них точкой пересечения, равно произведению отрезков другой.
* Произведение длин расстояний от выбранной точки до двух точек пересечения окружности и секущей проходящей через выбранную точку не зависит от выбора секущей и равно абсолютной величине степени точки относительно окружности.

Квадрат длины отрезка касательной равен произведению длин отрезков секущей и равен абсолютной величине степени точки относительно окружности.

* Окружность является простой плоской кривой второго порядка.
* Окружность является коническим сечением и частным случаем эллипса.

**Задания для самостоятельного решения:**

ВАРИАНТ 1 ВАРИАНТ 2

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Составьте уравнение окружности, концы диаметра которой имеют координаты: (0;3) и (6; -7) 2. Составьте уравнение окружности, проходящей через начало координат и имеющей центр в точке с координатами   (-2;3).  3) Составьте уравнение эллипса, если две его вер шины находятся в точках: (0;-8) и (0;8), а фокусы эллипса в точках: (-5;0) и (5;0).  4) Составьте уравнение эллипса с фокусами на оси ОХ, если большая ось равна 10, а эксцентриситет равен 0,6.  5) Найдите длину отрезка прямой  х-2у-2=0, заключенного внутри эллипса | 1. Составьте уравнение окружности, концы диаметра которой имеют координаты: (-2;3) и (2;5) 2. Составьте уравнение окружности, проходящей через начало координат и имеющей центр в точке с координатами (3;-5). 3. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках: (0;-4) и (0;4), а фокусы эллипса в точках: (0;-2) и (0;2). 4. Составьте уравнение эллипса с фокусами на оси ОХ, если малая ось равна 16, а эксцентриситет равен 0,6. 5. Составьте уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку   А(18;-4) |

Критерии оценивания

Отметка «5» ставится за верно выполненные 5 задач,

Отметка «4» ставится за верно выполненные 4 задачи,

Отметка «3» ставится за верно выполненные 2-3 задачи,

Отметка «2» ставится, если выполнено верно менее двух задач.