01.06.2020

Элем.высш.матем.

**Задание: Выполнить самостоятельное задание. Конспект по теории писать НЕ нужно! (она дана вам для помощи при решении самостоятельного задания)**

**Практическая работа**

**Тема. Аналитическая геометрия на плоскости**

**Учебные цели:** закрепить и систематизировать знания по данной теме; овладеть навыками использования правил действий над векторами в векторной и координатной формах; определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

**Продолжительность занятия:** 2 часа.

**Оснащение:** методические указания для проведения практических занятий (карточки – задания).

**Методические указания по выполнению работы**: изучить краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практического занятия; изучить условие задания практического занятия; при выполнении работы соблюдать последовательность действий; ответить на контрольные вопросы; оформить отчет по практической работе.

**Порядок выполнения работы**:

**Краткий теоретический материал**

***Аналитическая геометрия*** *– раздел математики, изучающий геометрические образы алгебраическими методами.*

*Прямая, служащая для изображения действительных чисел, в которой выбрана начальная точка О, единица измерения и положительное направление, называется числовой прямой, или числовой осью. Точка М этой прямой характеризуется определенным числом – координатой x, т.е.М(х).*

*Две взаимно перпендикулярные оси Ох и Оу, имеющие общее начало О и одинаковую единицу масштаба, образуют начало О и одинаковую единицу масштаба, образуют прямоугольную (или декартову) систему координат на плоскости.*

*Ось Ох называется осью абсцисс, ось Оу – осью ординат, точка О – началом координат, а плоскость Оху – координатной плоскостью. Каждой точке М этой плоскости соответствует пара чисел (х,у), называемых ее координатами, т.е. М(х,у), (х - абсцисса, у – ордината точки М).*

*Полярная система координат состоит из некоторой точки О, называемой полюсом, и исходящего из нее луча Ор, называемого полярной осью.*

***Прямые на плоскости***

**1.***Общее уравнение прямой*. Всякое уравнение первой степени с двумя неизвестными *х* и *у*, т.е. уравнение вида

 (1)

(где*А, В, С* – постоянные коэффициенты, причем ) определяет на плоскости прямую. Это уравнение называется *общим уравнением прямой*.

*Частные случаи общего уравнения прямой*:

1) если , то уравнение приводится к виду , где  (это есть уравнение прямой, параллельной оси*Ох*);

2) если , то уравнение прямой приводится к виду , где  (прямая параллельна оси *Оу*);

3) если , то уравнение приводится к виду  (прямая проходит через начало координат).

**2.** *Уравнение прямой с угловым коэффициентом*. Если в общем уравнении прямой , то, разрешив его относительно *у,* получим уравнение вида

, (2)

где , . Его называют *уравнением прямой с угловым коэффициентом*.

**3.** *Уравнение прямой в отрезках*. Если в общем уравнении прямой , то, разделив все его части на*(– С),* получим уравнение вида

, (3)

где , .

**4.***Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении*. Если прямая проходит через точку  и ее направление характеризуется угловым коэффициентом *k*, то уравнение прямой имеет вид

. (4)

**5.** Данное уравнение (4) с различными значениями коэффициента *k* называют также *уравнениями пучка прямых* с центром в точке .

**6.** *Уравнение прямой, проходящей через две точки*. Если прямая проходит через точки  и , то уравнение прямой имеет вид

, (5)

где , .

**7.** *Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору*. Если прямая проходит через заданную точку перпендикулярно данному ненулевому вектору , то уравнение прямой имеет вид

. (6)

Вектор , перпендикулярный прямой, называется *нормальным вектором этой прямой*.

**8.***Полярное уравнение прямой*. Положение прямой в полярных координатах определено, если указано расстояние *р.* от полюса*О* до данной прямой и угол *α* между полярной осью *ОР* и осью *l*, проходящей через полюс *О* перпендикулярно данной прямой (рис.1).

***P***

***O***

***l***

***p***

*ρ*

*α*

*φ*

***M(ρ;φ)***

Рис.1

Для любой точки на данной прямой имеем

. (7)

Прямоугольные координаты *(х; у)* точки *М* и ее полярные координаты связаны соотношениями:

 (\*) (\*\*)

где  - полярный радиус,  - полярный угол точки *М* (рис. 2).













Рис.2

**9.** *Нормальное уравнение прямой*. Если прямая определяется заданием *p* и *α*(рис. 3), то уравнение (7) прямой в прямоугольной системе координат имеет вид

. (8)

Уравнение (8) можно получить из общего уравнения прямой (1), умножив обе части данного уравнения на нормирующий множитель

, (9)

учитывая, что знак нормирующего множителя противоположен знаку свободного члена*С* общего уравнения прямой.

***x***

***y***

***O***

***ρ***

***α***

Рис.3

**10.***Угол между прямыми*. Если прямые и заданы уравнениями с угловыми коэффициентами  и  соответственно, то тангенс угла между этими прямыми можно вычислить по формуле

. (10)

**11.** *Условие параллельности двух прямых*. Для того чтобы прямые и , заданные уравнениями с угловыми коэффициентами  и  соответственно, были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы .

Для того чтобы прямые и , заданные уравнениями  и соответственно, были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы .

**12.** *Условие перпендикулярности двух прямых*. Для того чтобы прямые и , заданные уравнениями с угловыми коэффициентами  и  соответственно, были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы .

Для того чтобы прямые и , заданные уравнениями  и соответственно, были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы .

**13.***Расстояние от точки до прямой*. Если прямая  задана уравнением  и точка  не принадлежит данной прямой, то расстояние от точки до прямой находится по формуле

. (11)

***Прямые в пространстве***

**1.** Уравнения прямой в пространстве, проходящей через две заданные точки , имеют вид

. (1)

**2.** Прямая может быть задана уравнениями двух плоскостей



пересекающихся по этой прямой.

**3.** *Канонические уравнения*прямой



определяют прямую, проходящую через точку  параллельно вектору .

**4.** *Параметрические уравнения*прямой



**5.***Угол между двумя прямыми*, заданными их каноническими уравнениями  и , определяется по формуле

.

**6.** Необходимое и достаточное условие нахождения двух прямых, заданных их каноническими уравнениями, в одной плоскости (*условие компланарности двух прямых*):

.

Если величины  не пропорциональны величинам , то указанное соотношение является необходимым и достаточным условием пересечения двух прямых в пространстве.

**7.** Угол между прямой  и плоскостью  определяется по формуле

;

*условие параллельности прямой и плоскости:*

;

*условие перпендикулярности прямой и плоскости:*

.

***Плоскости в пространстве***

**1.***Общее уравнение плоскостиР* имеет вид

, (1)

где  – нормальный вектор плоскости (рис. 1).











Рис.1

*Частные случаи общего уравнения плоскости:*

1.Если , то оно принимает вид *Ax+By+Cz=0*. Этому уравнению удовлетворяет точка*О(0;0;0).* Следовательно, в этом случае плоскость *проходит через начало координат.*

2.Если *C=0*, то имеем уравнение *Ax+By+D=0.* Нормальный вектор  перпендикулярен оси *Oz*. Следовательно, плоскость параллельна *Oz*; если*В=0* – параллельна оси *Oy*, если *A=0* – параллельна оси *Ox*.

3.Если *C=D=0*, то плоскость проходит через *O(0;0;0)* параллельно оси *Oz*, т.е. плоскость *Ax+By=0* проходит через ось Oz. Аналогично, уравнениям *By+Cz=0* и *Ax+Cz=0* отвечают плоскости, проходящие соответственно через оси *Ox* и *Oy.*

4.Если *A=B=0*, то уравнение принимает вид *Cz +D=0*, т.е. . Плоскость параллельна плоскости *Oxy.* Аналогично, уравнениям *Ax+D=0* и *By+D=0* отвечают плоскости, соответственно параллельные плоскостям *Oyz* и *Oxz.*

5.Если *A=B=D=0*, то уравнение примет вид *Cz=0*, т.е. *z=0*. Это уравнение плоскости *Oxy*. Аналогично: *y=0* – уравнение плоскости *Oxz;x=0* – уравнение плоскости *Oyx*.

**2.** *Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки* и имеет вид

. (2)

**3.** *Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору*. Если в пространстве *Oxyz* плоскость *Р* задана точкой  и вектором , перпендикулярным этой плоскости (рис. 2), то уравнение плоскости имеет вид

. (3)

***z***

***O***

***x***

***y***

***M0***

***M***

***Q***

******

Рис. 2

**4.** *Уравнение плоскости в отрезках*. Если плоскость отсекает на осях*Ох, Оу, Oz* соответственно отрезки *a, b, c* (рис. 3), т.е. проходит через точки  и, то уравнение плоскости имеет вид

. (4)

***z***

***х***

***у***

***O***

***a***

***b***

***c***

Рис. 3

*Замечание.* Уравнением (4) удобно пользоваться при построении плоскостей.

**5.** *Нормальное уравнение плоскости.* Положение плоскости *Р*определяется заданием единичного вектора , имеющего направление перпендикуляра *ОК*, проведенного на плоскость из начала координат, и длиной *р* этого перпендикуляра (рис. 4).

***z***

***y***

***x***

***K***

***M***

***Q***

***O***

******

******

***α***

***ρ***

***γ***

***β***

Рис. 4

Если α, β, γ – это углы, образованные единичным вектором  с осями*Ох, Оу, Oz* соответственно, то уравнение плоскости имеет вид

. (5)

*Замечание.* Общее уравнение плоскости (1) можно привести к нормальному уравнению (5), умножив обе части уравнения (1) на нормирующий множитель , учитывая, что знак нормирующего множителя противоположен знаку свободного члена *D* общего уравнения плоскости.

**6.***Угол между двумя плоскостями*, имеющими нормальные векторы  и  (рис. 5), определяется как угол между и ; косинус этого угла находится по формуле



или

. (6)

***Q1***

***Q2***

******

******

***φ***

***φ***

Рис. 5

**7.** Пусть заданы две плоскости *Р1*и *Р2* в виде общих уравнений плоскостей ,  соответственно.

*Условие параллельности плоскостей*. Для того чтобы плоскости *Р1*и *Р2* были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы .

**8.** *Условие перпендикулярности плоскостей*. Для того чтобы плоскости *Р1*и *Р2* были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы .

**9.***Расстояние от точки до прямой.* Если прямая  задана уравнением  и точка  не принадлежит данной прямой, то расстояние от точки до прямой находится по формуле

. (7)

**Самостоятельное задание:**

1. Привести уравнение  к нормальному виду.
2. Найти расстояние от точки до прямой .
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точки *А1(4; -3; 1)*, *А2(5; -3; 0).*
4. Найти угол между плоскостью *Р1*, проходящей через точки *А1(2; -4; 1)*, *А2(-1; 2; 0), А3(0; -2; 3),* и плоскостью *Р2*, заданной уравнением .

**Литература:**

*Основные источники:*

1. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учрежд. СПО / В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. – 11-е изд., перераб. и доп. – М.: Академия, 2016. – 400 с.
2. Григорьев, В.П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студ. учрежд. СПО / В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – 6-е изд., стер. – М.: Академия, 2016. – 160 с.
3. Попов, А.М. Информатика и математика: учебник и практикум для СПО / А.М. Попов, В.Н. Сотников, Е.И. Нагаева, М.Л. Акимов; под ред. А.М. Попова. – 2-е изд., перераб.и доп. – М.: Юрайт, 2015. – 509 с. – Проф. образование.
4. Шипачев, В.С. Математика: учебник и практикум для СПО / В.С. Шипачев; под ред. А.Н. Тихонова. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2014. – 447 с. – Проф. образование.

*Дополнительные источники:*

1. Ильин, В. А. Высшая математика: учебник / В. А. Ильин, А. В. Куркина. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Проспект, 2012. – 592 с.

*Интернет-ресурсы:*

1. Математика: учебник / М.И. Башмаков. — М.: КноРус, 2013. — 394 с. — СПО. - URL: http://www.book.ru