*1505.2020*

*Дисциплина – «Элементы высшей математики»*

*Курс -2*

**Задание: Изучить данный материал, написать конспект (с примером1). Выполнить задания.**

*Практическая работа*

## Тема: «Вычисления обратной матрицы»

**Цель:** формирование умений вычислять обратные матрицы;

закрепление умений вычислять определители второго и третьего порядков, составлять и вычислять алгебраические дополнения к элементам матрицы.

**формирование общих компетенций,** включающими в себя способность:

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

**Методические указания и теоретические сведения к практической работе**

***Алгоритм вычисления обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений: метод присоединённой (союзной) матрицы.***

А зачем нужно искать обратную матрицу?

Ели обратная матрица известна, то решение системы уравнений сводится к операции простого [*умножения матриц*](http://www.math-pr.com/matr_mul_1.php). При программировании задач 3D-графики и компьютерных игр обратные матрицы также находят широкое применение.

Матрица *A−1* называется обратной по отношению к квадратной матрице A, если выполнено условие ***A−1⋅A=A⋅A−1=E*,** где *E* – единичная матрица, порядок которой равен порядку матрицы *A*.

***Невырожденная матрица*** – матрица, определитель которой не равен нулю. ***Вырожденная матрица*** – матрица, определитель которой равен нулю.

Обратная матрица *A−1* существует тогда и только тогда, когда матрица A – невырожденная. Если обратная матрица *A−1* существует, то она единственная.

## Метод присоединённой (союзной) матрицы

Пусть задана матрица *An×n.* Для того, чтобы найти обратную матрицу *A−1*, требуется осуществить три шага:

1. Найти определитель матрицы *A* и убедиться, что *ΔA≠0,* т.е. что матрица *А* – *невырожденная.*
2. Составить [***алгебраические дополнения***](http://math1.ru/education/matrix/minor.html)***Aij*** каждого элемента матрицы *A*и записать матрицу A\**n×n*=*(Aij)* из найденных алгебраических дополнений.
3. Записать обратную матрицу по формуле $A^{-1}=\frac{1}{ΔA}⋅A^{\*Т}$

Матрица A\*T называется присоединённой (взаимной, союзной) к матрице A.

***Союзной или присоединенной*** к матрице *A* называют матрицу A\*T, которая получается из матрицы *A*, если все ее элементы заменить соответствующими алгебраическими дополнениями *Aij*и к полученной матрице применить операцию транспонирования. (Присоединенная матрица – это транспонированная матрица, составленная из алгебраических дополнений к элементам данной матрицы)

**Пример 1.**

Найти обратную матрицу к матрице

**Решение.** Вычисляем определитель матрицы:





Так как определитель не равен нулю, то матрица имеет обратную. Обратная матрица  к матрице находится по формуле:$A^{-1}=\frac{1}{ΔA}⋅A^{\*Т}$

Найдем (присоединенную) союзную матрицу $A^{\*Т}$ , для этого вычислим алгебраические дополнения к элементам матрицы :



















Таким образом,$А^{\*}=\left(\begin{matrix}-2& 3& 7\\6&-3&-3\\2& 3&-1\end{matrix}\right)$ – матрица, составленная из алгебраических дополнений к элементам матрицы .

Транспонируем эту матрицу (т.е. строки матрицы делаем столбцами с тем же номером), поучим присоединенную (союзную)матрицу $A^{\*Т}$ :

$$А^{\*Т}=\left(\begin{matrix}-2&6& 2\\3&-3& 3\\7&-3&-1\end{matrix}\right)$$

Итак, $А^{\*Т}=\frac{1}{12}\left(\begin{matrix}-2&6& 2\\3&-3& 3\\7&-3&-1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}-\frac{2}{12}&\frac{6}{12}&\frac{2}{12}\\\frac{3}{12}&-\frac{3}{12}&\frac{3}{12}\\\frac{7}{12}&-\frac{3}{12}&-\frac{1}{12}\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}-\frac{1}{6}&\frac{1}{2}&\frac{1}{6}\\\frac{1}{4}&-\frac{1}{4}&\frac{1}{4}\\\frac{7}{12}&-\frac{1}{4}&-\frac{1}{12}\end{matrix}\right)$,

**Ответ:** $А^{\*Т}=\left(\begin{matrix}-\frac{1}{6}&\frac{1}{2}&\frac{1}{6}\\\frac{1}{4}&-\frac{1}{4}&\frac{1}{4}\\\frac{7}{12}&-\frac{1}{4}&-\frac{1}{12}\end{matrix}\right)$

**Выполнить задания:**

**Задание 1.**Найти $А^{-1}$, если: а) $А=\left(\begin{matrix}2&3\\-1&1\end{matrix}\right)$; б) $А=\left(\begin{matrix}1&-3\\1& 2\end{matrix}\right)$.

**Задание 2.** Выполните проверку для задания 1.

*Указание.* Используйте формулу: ***A−1⋅A=A⋅A−1=E***

**Задание 3.** Докажите равенство $∆А=\frac{1}{∆А^{\*Т}} $для матриц из задания 1.

**Задание 4.** Определите, при каких ***x*** значениях существует матрица, обратная данной:

а) $А=\left(\begin{matrix}1&-2&2\\x&3&0\\2&1&1\end{matrix}\right)$; б) $А=\left(\begin{matrix}5&-2&2\\0&3&x\\2&4&1\end{matrix}\right)$.

**Задание 5.** Показать, что матрица А является обратной для матрицы В, если:

а) $А=\left(\begin{matrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&6\end{matrix}\right)$, $ В=\left(\begin{matrix}3&-3& 1\\-3& 5&-2\\1&-2& 1\end{matrix}\right)$.

б) $А=\left(\begin{matrix}3&-3& 1\\-3& 5&-2\\1&-2& 1\end{matrix}\right), В=\left(\begin{matrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&6\end{matrix}\right)$ .

**Задание 6.** Найти $А^{-1}$, если: а) $А=\left(\begin{matrix}2&4&1\\0&2&1\\2&1&1\end{matrix}\right)$; б) $А=\left(\begin{matrix}2&1& 0\\5&2&-2\\-3&0& 4\end{matrix}\right)$.

**Задание 7.** Выполните проверку для матриц из задания 6.